



CENATAV

Centro de Aplicaciones de
Tecnologías de Avanzada
MINISTERIO DE LA INDUSTRIA BÁSICA

RNPS No. 2142
ISSN 2072-6287
Versión Digital

REPORTE TÉCNICO
**Reconocimiento
de Patrones**

SERIE AZUL

**Subespacios y variedades para la
representación de rostros insensitiva
a la iluminación**

Lic. Yenisel Plasencia Calaña,
Dr. C. Edel García Reyes

RT_020

marzo 2010





CENATAV

Centro de Aplicaciones de
Tecnologías de Avanzada
MINISTERIO DE LA INDUSTRIA BÁSICA

RNPS No. 2142
ISSN 2072-6287
Versión Digital

SERIE AZUL

REPORTE TÉCNICO
**Reconocimiento
de Patrones**

**Subespacios y variedades para la
representación de rostros insensitiva
a la iluminación**

Lic. Yenisel Plasencia Calaña,
Dr. C. Edel García Reyes

RT_020

marzo 2010



Subespacios y variedades para la representación de rostros insensitiva a la iluminación

Lic. Yenisel Plasencia Calaña, Dr. C. Edel García Reyes

Centro de Aplicaciones de Tecnología de Avanzada, 7a #21812 e/ 218 y 222, Siboney, Playa, Ciudad de La Habana, Cuba yplasencia@cenatav.co.cu

RT_020 CENATAV

Fecha del camera ready: 30 de octubre de 2009

Resumen. El reconocimiento de rostros basado en la apariencia ha mostrado un auge creciente en los últimos años. Esto se debe a la disponibilidad de dispositivos de captura de imágenes visuales, así como a la superioridad demostrada en la práctica de estos métodos con respecto a los métodos basados en rasgos del rostro. Uno de los problemas fundamentales de este tipo de representación es que las imágenes visuales de rostros se ven seriamente afectadas por cambios en la iluminación ambiental. Para lidiar con este problema, se han desarrollado numerosos métodos, habiendo preferencia por los modelos de baja dimensión por las ventajas que estos suponen. En este trabajo se presentan los principales enfoques de representación de rostros insensitiva a la iluminación usando subespacios lineales y no lineales reportados en la literatura.

Palabras clave: reconocimiento de rostros, invarianza iluminación, aprendizaje de subespacios, aprendizaje de variedades

Abstract. Appearance-based face recognition has showed a growing interest in the last years. This is Due to the availability of visual image capture devices, as well as the superiority of these methods shown in practice with respect to the methods based on face features. One of the main drawbacks of this type of representation is that face visual images are seriously affected by ambient illumination changes. To overcome this problem, several methods have been developed, showing a preference by low dimensional models because of the advantages they suppose. In this work we present the main approaches of illumination insensitive face representation using linear and nonlinear subspaces reported in the literature.

Keywords: Face Recognition, Illumination Insensitive, Subspace Learning, Manifold Learning

1 Introducción

El reconocimiento de rostros es un tema ampliamente abordado por especialistas de todo el mundo por lo que en la literatura se pueden divisar numerosos métodos para desempeñar esta tarea [1,2]. Podemos destacar fundamentalmente los enfoques que trabajan a partir de imágenes en 2D [3], y dentro de este el reconocimiento a partir de imágenes fijas y a partir de un flujo de video; y los enfoques a partir de modelos 3D [4]. Los modelos 3D en algunos casos se obtienen a partir de un conjunto de imágenes en 2D, o por medio de tecnologías creadas con este fin. Entre los enfoques 2D podemos divisar también los enfoques holísticos o basados en la apariencia, los enfoques geométricos basados en rasgos y los híbridos [1].

Entre las posibles aplicaciones del reconocimiento de rostros se destacan por su importancia: los sistemas de control de acceso, sistemas de control de fronteras y la video vigilancia.

El reconocimiento automático de rostros bajo diferentes condiciones de iluminación es una tarea difícil, y fue demostrado empíricamente que las variaciones entre imágenes del rostro de una persona bajo diferentes condiciones de iluminación son mayores que las variaciones entre imágenes de rostros de diferentes personas bajo las mismas condiciones de iluminación [5].

Entre los métodos de representación de rostros más exitosos están los basados en la apariencia, los cuales a partir de un vector que contiene las intensidades de los píxeles de la imagen, pretenden capturar las redundancias y el ruido en los datos mediante transformaciones lineales o no lineales, obteniendo una nueva representación que tiene información más relevante del rostro que el simple vector de intensidades. Esta representación vectorial se halla luego de la detección del rostro en la imagen, y de la normalización geométrica del mismo. Entre los métodos insensitivos a la iluminación basados en la apariencia nos encontramos los métodos lineales y los no lineales. En este trabajo usaremos indistintamente los términos: métodos de reducción de dimensionalidad no lineal y métodos de aprendizaje de variedades. En la Fig.1 presentamos una taxonomía de los métodos para la representación de rostros insensitiva a la iluminación basada en la apariencia.

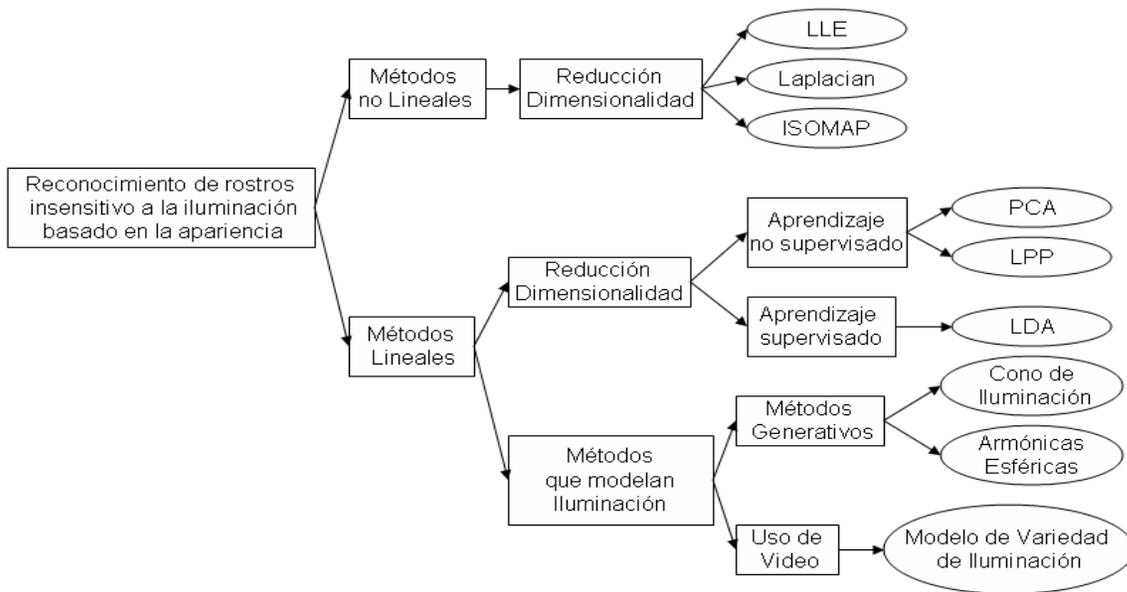


Fig. 1. Taxonomía de los enfoques existentes para la representación de rostros insensitiva a la iluminación

Los vectores de intensidades de píxeles usados en los métodos holísticos tienen una alta dimensión, por ejemplo de una imagen de solo 48x48 píxeles se obtiene un vector de 2304 componentes. Para disminuir la dimensión de estos vectores, existen numerosas técnicas de reducción de dimensionalidad, que usan criterios diferentes en el proceso de hallar la nueva representación compacta de los datos [6, 7, 8].

La reducción de dimensionalidad es un tema que es ampliamente abordado por especialistas de varias áreas como reconocimiento de patrones, aprendizaje de máquinas, procesamiento de señales, etc. El trabajo con datos se hace más complejo en la medida en que aumenta la dimensión en que ellos se presentan. Uno de los problemas principales relacionados con las altas dimensiones es “la maldición de la dimensionalidad”, que expresa que el número de muestras

necesarias para entrenar un clasificador crece exponencialmente con el número de dimensiones, y en muchos ejemplos de la vida real no tenemos la correspondencia del número de muestras con el número de dimensiones. Como ejemplo de posibles problemas que generan los datos de alta dimensión están los errores que se introducen en tareas de representación de la información, creación de modelos, clasificación de patrones y agrupamiento de datos.

Existen dos formas de reducir la dimensión de los vectores:

- selección de rasgos, que es seleccionar los significativos a partir de algún criterio;
- y extracción de rasgos, que consiste en transformarlos a un espacio de menor dimensión.

Las ventajas de reducir la dimensión desde el punto de vista computacional (eficiencia) son: la disminución del costo de los algoritmos que involucran el trabajo con estos datos, puesto que al reducir el tamaño de los vectores las operaciones con ellos serán más rápidas; así como el ahorro de espacio físico que ocupan en disco y en memoria.

Desde el punto de vista de la eficacia tiene como ventajas que se eliminan el ruido y la correlación que presentan los datos y las operaciones se pueden hacer de forma más sencilla en el espacio reducido que en el espacio original. Además los datos se pueden visualizar en 2D y 3D.

Si analizamos la rapidez en que el cerebro de los humanos procesa la información, se pudiera pensar que durante la asimilación de los datos aplicamos reducción de la dimensión. Por ejemplo: cuando vemos una foto de un rostro de una persona conocida y no tenemos que mirar todos los puntos de la imagen para reconocerla, sino que mirando la foto como un todo logramos asociarla a la persona a la que pertenece. Esto también indica que la dimensionalidad intrínseca de las imágenes de rostros debe ser mucho menor que el número de píxeles que contiene la imagen.

En la presente investigación se estudian los subespacios lineales, las variedades no lineales y los métodos de reducción de la dimensión para la representación de imágenes de rostros insensitiva a la iluminación. Se describen algunos métodos lineales y no lineales que son usados para la representación y clasificación de rostros (unos generados artificialmente y otros a partir de rostros reales) con variaciones de iluminación.

Para una mejor comprensión del asunto que se investiga se introducen las siguientes definiciones:

Definición 1: Definición formal de reducción de dimensionalidad

Dado un conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_k , en un espacio de alta dimensión R^l , el objetivo es buscar una configuración $y_1, y_2, \dots, y_k \in R^m$, $m \ll k$, tal que y “represente” a x .

Definición 2: Conjunto de entrenamiento.

Conjunto inicial de datos que usamos para hallar los vectores que conforman la matriz de cambio de coordenadas del sistema.

Definición 3: Conjunto Galería.

Conjunto al que se le hallan las nuevas representaciones de sus elementos para cuando aparezca un nuevo objeto a clasificar lo representemos de la misma manera y lo comparemos con estas representaciones.

Definición 4: Conjunto Prueba.

Conjunto que contiene los objetos a clasificar.

Definición 5: Modelo lambertiano para modelar la reflectancia de rostros.

La radianza (intensidad de píxeles) I en cada punto de la superficie, esta dada por el producto interno entre el vector de norma 1, n escalado por el albedo ρ y el vector de iluminación L , que codifica la dirección y magnitud de la luz incidente:

$$I(L) = \rho \max\{L \cdot n, 0\}. \quad (1)$$

Definición 6: Sombras adjuntas.

Se forman cuando no hay irradianza en un punto de la superficie, cuando la fuente de iluminación esta detrás de la imagen, es decir: $nL < 0$.

Definición 7: Sombras moldeadas.

Son las sombras que el objeto produce sobre sí mismo.

Definición 8:

Un homeomorfismo es una función continua y biyectiva cuya inversa es también una función continua.

Definición 9:

Una variedad d -dimensional M es un conjunto que es localmente homeomórfico a R^d , es decir, $\forall x \in M$, existe una vecindad abierta alrededor de x , N_x , y un homeomorfismo $f : N_x \rightarrow R^d$. Estas vecindades son referidas como parches coordinados, y el mapa es referido como una gráfica de coordenadas.

Definición 10: Definición formal de reducción de dimensionalidad no lineal.

Dado el conjunto de puntos: $x_1, x_2, \dots, x_k \in R^d$ que yacen en una variedad d -dimensional M y pueden ser descritos por una sola grafica de coordenadas $f : M \rightarrow R^d$, encontrar $y_1, y_2, \dots, y_k \in R^d$ donde $y_i = f(x_i)$.

2 Métodos de representación de imágenes de rostros en espacios de rasgos de baja dimensión

2.1 Espacios lineales de baja dimensión

Numerosos algoritmos de reducción de dimensionalidad de propósito general se usan satisfactoriamente en la representación de rostros, destacándose en mayor medida las técnicas de reconocimiento de rostros Análisis de Componentes Principales (PCA) o Eigenfaces [9], Análisis de Discriminante Lineal (LDA) o Fisherfaces [10]. Estos enfoques extraen características en un subespacio derivado de las imágenes de entrenamiento. En PCA se construye un subespacio de rostros donde se conserva la varianza total del sistema, a la vez que se eliminan las correlaciones en los datos. En el método LDA, se construye un subespacio discriminante donde los rostros de entrenamiento de una persona quedan más cercanos en el subespacio hallado, y rostros de diferentes personas quedan separados. En [10] se demuestra empíricamente que el método LDA rinde mejores resultados que el PCA, aunque en [11] se demuestra que en algunos casos PCA funciona mejor que LDA.

En este epígrafe describiremos los algoritmos clásicos PCA y LDA, así como el Proyecciones Preservadoras de Localidades (LPP) o Laplacianfaces [12], que es mucho más reciente.

Otros trabajos han asumido subespacios lineales para la representación insensitiva a la iluminación, destacándose los modelos generativos, que declaran que las imágenes de una

misma persona bajo diferentes condiciones de iluminación yacen en un subespacio lineal de baja dimensión. En este caso se encuentra el método del Cono de Iluminación [13] y el método de las Armónicas Esféricas [14]. Estos dos últimos también serán descritos en este epígrafe.

2.1.1 PCA o Eigenfaces

Esta es una técnica de reducción de la dimensión lineal no supervisada que hace un análisis global de los datos hallando la varianza total del sistema [9]. Luego encuentra una representación en un espacio de menor dimensión que conserva la mayor cantidad de varianza posible. El procedimiento es sencillo, primero se representan las imágenes de rostros como vectores. Sea $X = [x_1 \dots x_N]$, la matriz donde cada columna es una representación vectorial de la

imagen de rostro conteniendo los píxeles de la imagen, se halla el vector media $\Phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ y

se construye la matriz de varianza-covarianza:

$$C = \sum_{i=1}^N (X - \Phi)(X - \Phi)^T. \quad (2)$$

Luego se resuelve el problema de valores y vectores propios:

$$Cv = \lambda v. \quad (3)$$

Para hacer la inmersión se usan los vectores propios asociados a los mayores valores propios denominados componentes principales, que son los que contienen la mayor varianza del sistema. Uno de los criterios más usados para la selección de estos vectores es el del por ciento de varianza conservada con respecto al total, por ejemplo conservar un 95% de la varianza total del sistema.

La matriz compuesta por los componentes principales es la matriz de cambio de coordenadas de todos los vectores del conjunto de entrenamiento, así como para nuevas imágenes de rostros que no estaban en el conjunto inicial que se representen vectorialmente para su posterior clasificación. La nueva dimensión de los datos será la cantidad de vectores propios seleccionados para constituir la matriz de cambio de coordenadas.

Sea A la matriz de los componentes principales, la proyección de un elemento en el subespacio generado por ellos se calcula:

$$y_k = A^t (x_k - \Phi). \quad (4)$$

En [10] se implementa una heurística donde se eliminan los 3 primeros vectores propios para lidiar con los cambios de iluminación pues estos supuestamente se encuentran contenidos en las primeras componentes, los resultados fueron bastante buenos, pero tiene como problema que estamos perdiendo a la vez información importante para discriminar entre las clases.

Las suposiciones del método son: las direcciones con la mayor varianza son las más importantes para la descripción de los datos y las fuentes son gaussianas.

Una ventaja de esta técnica es que podemos disminuir el número de rasgos, conservando fielmente la varianza total del sistema, lo cual nos permite representar y recuperar las imágenes. Otra ventaja es que no es necesario el uso de parámetros.

Como desventaja está el problema de selección de la muestra de entrenamiento, ya que es muy difícil saber el número aproximado de elementos que debe tener, así como las condiciones

en que deben haber sido tomadas las imágenes que la conforman. Otra desventaja es que no es un método discriminante, lo cual interviene directamente de forma negativa en los resultados de clasificación usando esta representación.

2.1.2 LDA o Fisherfaces

Esta es una técnica supervisada de reducción lineal de la dimensión que halla un subespacio discriminante. Es decir, el objetivo que se persigue es que los elementos pertenecientes a clases diferentes (i.e. rostros de personas diferentes), se mantengan alejados en el nuevo espacio, mientras que los elementos pertenecientes a la misma clase permanezcan cercanos. Esencialmente se halla la matriz de dispersión intraclase e interclase suponiendo que bajo condiciones ideales las clases son linealmente separables, lo que significa ejecutar la clasificación en el espacio de rasgos de menor dimensión con fronteras de decisión lineales.

Dado un conjunto de imágenes de rostros etiquetadas con la identidad de la persona, estas se usan para hallar una representación en el espacio de menor dimensión.

Sea el vector media $u = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$, la matriz de dispersión interclase:

$$S_B = \sum_{i=1}^N |\chi_i| (u_i - u)(u_i - u)^T, \quad (5)$$

y la matriz de dispersión intraclase:

$$S_W = \sum_{i=1}^N \sum_{x_k \in \chi_i} (x_k - u_i)(x_k - u_i)^T. \quad (6)$$

Donde u_i es la media de las imágenes y $|\chi_i|$ es el número de muestras de la clase χ_i .

Luego se resuelve el problema generalizado de valores y vectores propios:

$$S_B v = \lambda S_W v. \quad (7)$$

Con los vectores propios conformamos la matriz de cambio de coordenadas y con esta proyectamos las muestras tanto de entrenamiento como otras nuevas en el subespacio lineal hallado.

En [10] se parte de la observación de que las imágenes con diferentes condiciones de iluminación de un rostro (con superficie lambertiana y sin sombras casteadas) yace en un subespacio lineal 3D [15]. El método no tiene en cuenta las porciones de la imagen que no son significativas para representar a cada persona (por ejemplo sombras moldeadas o manchas especulares que no son representadas por el modelo lambertiano y desvían a las imágenes del subespacio lineal 3D), ya que tiende a minimizar la varianza intraclase. Luego para cada rostro se cogen 3 o más imágenes bajo diferentes condiciones de iluminación, para construir la base del subespacio para cada clase y se aplica el método. La comparación experimental con los métodos correlación, Eigenfaces y el método de subespacio lineal, muestra que Fisherfaces supera a los

demás métodos en bases de datos con problemas de iluminación así como con problemas de expresión.

La suposición fundamental del método es que las clases son linealmente separables.

Entre las ventajas principales podemos mencionar el bajo costo computacional para clasificar ya que a la vez que tenemos las direcciones calculadas para cada clase, solo es necesaria una imagen para proyectar y emplear la proyección como modelo de la clase. Entre sus desventajas podemos mencionar el alto costo del entrenamiento, y que requiere condiciones difíciles de hallar en la práctica, como un conjunto de imágenes por cada clase con diferentes condiciones de iluminación.

2.1.3 LPP o Laplacianfaces

Este algoritmo según [12] encuentra las aproximaciones lineales óptimas a las funciones propias del operador de Laplace Beltrami en una variedad.

La idea del algoritmo es construir un grafo de vecindades, y a partir de este grafo obtener información que permite hallar la inmersión de los datos en un subespacio de menor dimensión que preserva características locales que presenta el conjunto de datos en el espacio inicial.

Paso 1, construir el grafo:

Sea $G = (V, E)$ el grafo donde V es el conjunto de nodos representando los datos del conjunto inicial y E el conjunto de aristas; dos vértices tienen aristas en E si se cumple alguno de los siguientes criterios:

(a) k vecinos más cercanos, (del inglés k nearest neighbours), i tiene arista con j si: i es uno de los k vecinos más cercanos de j o j es uno de los k vecinos más cercanos de i .

(b) ε -vecindad, i tiene arista con j si $\|x_i - x_j\|^2 < \varepsilon$.

Paso 2, encontrar los pesos:

A partir del grafo G se construye una matriz W donde en la posición i, j el valor se calcula:

(a) Heat kernel: si los vértices j e i están conectados hacemos:

$$W_{i,j} = e^{-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{t}}. \quad (8)$$

(b) simple: si los vértices j e i están conectados, entonces $W_{i,j} = 1$.

Paso 3, eigenmaps:

Asumiendo que el grafo es conexo, calcular valores y vectores propios del problema generalizado de vectores propios:

$$XLX^t y = \lambda XDX^t y. \quad (9)$$

Descartamos el vector propio asociado a valor propio 0 y usamos los próximos m vectores propios asociados a los menores valores propios para hacer la inmersión en un espacio euclidiano m -dimensional.

En la figura 2, usando la base de datos Yale como conjunto de entrenamiento [16], se muestran las primeras 10 laplacianfaces junto a las eigenfaces y fisherfaces como imágenes, las imágenes de rostros pueden ser proyectadas dentro de los subespacios respectivos usando estos vectores.

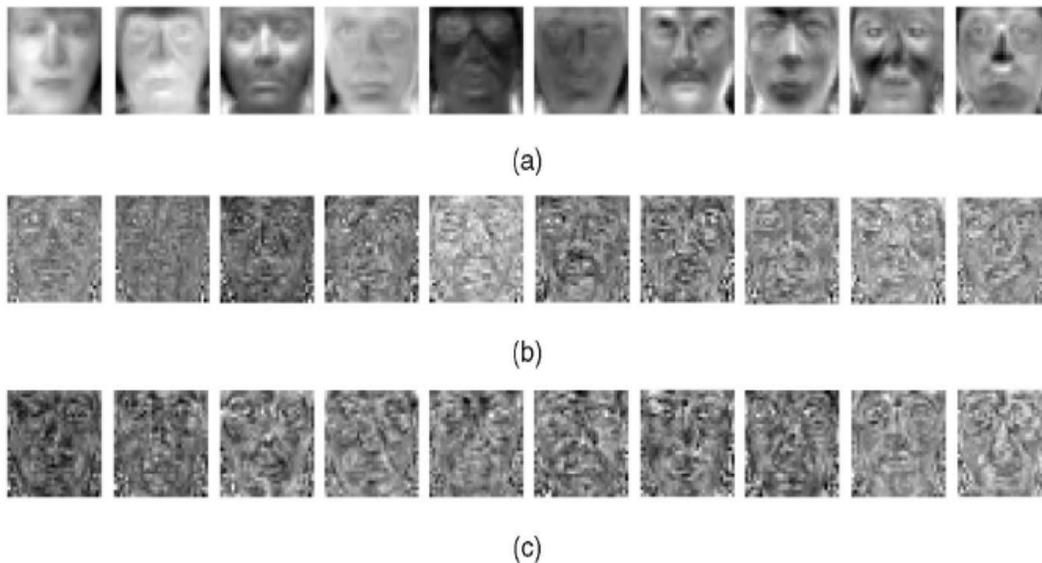


Fig. 2. Las primeras 10 Eigenfaces (a), Fisherfaces (b) y Laplacianfaces (c) calculadas a partir de las imágenes de rostros de la base de datos YALE

En [16] mostraron que el método Laplacianfaces presentó un mejor desempeño que los algoritmos Eigenfaces y Fisherfaces en bases de datos de imágenes de rostros con problemas de iluminación como Yale. En [12] fue demostrado que el algoritmo es capaz de descubrir la estructura no lineal de la variedad de los datos, lo cual se da en el trabajo como justificación al mejor desempeño comparado con las otras técnicas lineales. Esto es muy peculiar ya que con técnicas lineales estamos detectando la estructura no lineal de la variedad de rostros y aprovechándola para la clasificación.

Las ventajas fundamentales de esta técnica son las siguientes:

- No asume una distribución de probabilidad de los datos.
- Hace fiable la clasificación por vecino más cercano ya que en el embebido se preservan las localidades del espacio de alta dimensión.
- El algoritmo permite proyectar nuevos elementos que no estaban en el conjunto de entrenamiento inicial de manera incremental.

2.1.4 “A Pose-Wise Linear Illumination Manifold Model for Face Recognition using Video”

En este trabajo [17], los autores tienen el objetivo de reconocer rostros usando secuencias de video, donde las condiciones de captura del video son desfavorables para el reconocimiento. Esencialmente hay problemas de pose, iluminación, imágenes con poca resolución entre otros. La normalización de la iluminación la logran combinando la corrección de histograma con un método basado en subespacios. Luego de la corrección de intensidades Gamma por regiones de las imágenes, se asume que las variaciones de la iluminación para cada cluster de pose, pueden ser modeladas usando un subespacio lineal de iluminación. Dado un cluster nuevo, ellos normalizan la iluminación de cada marco de video al añadir un vector del subespacio de pose e iluminación de forma tal que la distancia al centro del cluster de referencia sea minimizada.

Definen un subespacio de iluminación específico para cada pose como un subespacio lineal que explica las variaciones de iluminación a través de cada pose específica. Dado que $x_{i,j}^k$ es el k -ésimo de $N_f(i, j)$ marcos de la persona i bajo la iluminación j (además de $N_l(i)$), la matriz de dispersión intraclase es:

$$S_B = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_l(i)} \sum_{k=1}^{N_f(i,j)} (x_{i,j}^k - \bar{x}_i)(x_{i,j}^k - \bar{x}_i)^T, \quad (10)$$

donde N_p es el número total de individuos de entrenamiento y \bar{x}_i es el rostro promedio de la persona en el rango de poses considerado:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_l(i)} \sum_{k=1}^{N_f(i,j)} x_{i,j}^k}{\sum_j N_f(i, j)}. \quad (11)$$

El subespacio de iluminación específico para cada pose B_i se calcula por la descomposición en vectores propios de S_B como el subespacio principal explicando 90% de la variación de energía en los datos. Sean

$\ell_1 = \{x_1^{(1)}, \dots, x_{N_1}^{(1)}\}$ y $\ell_2 = \{x_1^{(1)}, \dots, x_{N_2}^{(1)}\}$, dos grupos de pose de diferentes variedades de apariencia, normalizamos el grupo ℓ_1 con respecto a ℓ_2 (grupo de referencia), si asumimos que la identidad de las personas representadas es la misma, la normalización se ejecuta marco a marco, añadiendo un vector $B_i a_i^*$ del subespacio de iluminación de la pose específica:

$$\forall i. \hat{x}_i^{(1)} = B_i a_i^* + x_i^{(1)}, \quad (12)$$

y a_i^* se define:

$$a_i^* = \arg \min_{a_i} \|B_i a_i + x_i^{(1)} - \langle \ell_2 \rangle\|. \quad (13)$$

Donde $\|\cdot\|$ es una norma vectorial y $\langle \ell_2 \rangle$ el rostro promedio del cluster ℓ_2 . Se define el cluster ℓ_1 normalizado a ℓ_2 como $\hat{\ell}_1 = \left\{ \hat{x}_i^{(1)} \right\}$.

En general el método demostró ser robusto ante distintos factores como la iluminación y la pose. Como desventaja podemos mencionar que no es posible en muchas ocasiones contar con un flujo de video para obtener las imágenes de rostros. Para videos de alta calidad el costo computacional sería enorme, razón por la cual los autores se enfocan en secuencias de imágenes de baja resolución.

2.1.5 Cono de iluminación

Partiendo de que la apariencia de un objeto depende en gran medida de las fuentes de luz por las cuales este es iluminado, en este artículo se prueba que el conjunto de imágenes monocromadas de N píxeles de un objeto convexo, con una función de reflectancia lambertiana, iluminado por un número arbitrario de fuentes de luz, forma un cono convexo en \mathfrak{R}^n ; y que la dimensión de este cono es igual al número de normales (diferentes) a la superficie y el cono de iluminación se puede construir a partir de 3 imágenes. Se demuestra también que el conjunto de imágenes de un objeto de cualquier forma y con una función de reflectancia más general, visto bajo todas las posibles condiciones de iluminación también forma un cono convexo en \mathfrak{R}^n .

Teniendo una sola fuente de luz en el infinito, sea X una imagen de N píxeles, sea $B \in \mathfrak{R}^{n \times 3}$ una matriz donde cada fila de B es el producto del albedo con la normal apuntando a un punto de la superficie que se proyecta a un píxel en particular, se aproximan las superficies suaves por facetas, y se asume que las normales a la superficie para un conjunto de puntos que se proyectan a un mismo píxel de la imagen son las mismas. Sea $s \in \mathfrak{R}^3$ un vector columna igual al producto de la intensidad de la fuente de luz por el vector unitario de la dirección, entonces un objeto convexo con normales y albedo dados por B y visto bajo la iluminación s , produce una imagen X dada por:

$$X = \max(Bs, 0). \quad (14)$$

En este caso no se tienen en cuenta las sobras moldeadas ni adjuntas.
El cono de iluminación:

$$\ell = \{x \mid x = \sum_{i=1}^k \max(Bs_i, 0), \forall s_i \in \mathfrak{R}^3, \forall k \in \mathbb{Z}^+\}, \quad (15)$$

se puede hallar a partir de una descomposición en valores singulares de la forma:

$$I = U\Sigma V^T, \quad (16)$$

y la matriz B se estima,

$$B = U(1:n, 1:3) \cdot [\Sigma(1:3, 1:3)]^{1/2}. \quad (17)$$

Sean b_i y b_j filas de B con $i \neq j$, los rayos extremos vienen dados por:

$$x_{ij} = \max(Bs_{ij}, 0), \quad (18)$$

donde $s_{ij} = b_i \times b_j$.

Para el reconocimiento de rostros se generan para cada persona varias imágenes a partir de los rayos extremos.

Como aporte fundamental en el trabajo demostraron efectivamente que el conjunto de imágenes de un objeto convexo, con una función de reflectancia lambertiana, iluminado por un

número arbitrario de fuentes de luz, forma un cono convexo en \mathcal{R}^n , y que la dimensión de este cono es igual al número de normales (diferentes) a la superficie.

Mostraron que el cono de iluminación se puede construir a partir de 3 imágenes propiamente escogidas; y que se puede construir mediante operaciones sencillas una matriz B' que es equivalente a B .

El método asume que las superficies de los objetos tienen funciones de reflectancia lambertiana y que son convexas. Tiene entre sus desventajas el alto costo computacional, lo cual lo inutiliza para aplicaciones de reconocimiento de rostros en tiempo real. Además, las 3 imágenes necesarias para crear el cono deben estar iluminadas por fuentes de luz que incidan sobre el objeto desde diferentes direcciones, pero todos los píxeles de la imagen deben quedar iluminados en cada caso, lo cual es una condición difícil de garantizar en la práctica. No se establecen los coeficientes para generar el cono a partir de los rayos extremos que se construyen una vez obtenida la matriz B , y una selección aleatoria de estos coeficientes puede conllevar a distribuciones en los datos generados que no representen el cono correctamente.

2.1.6 Armónicas esféricas

En este trabajo se prueba que el conjunto de todas las funciones de reflectancia (mapeo de normales a la superficie a intensidades) producidas por objetos lambertianos bajo iluminación isotrópica yace cerca de un subespacio lineal de 9 dimensiones. Esto implica que en general el conjunto de imágenes de un objeto convexo lambertiano obtenido bajo una amplia variedad de condiciones de iluminación se puede aproximar acertadamente por un subespacio lineal de baja dimensión. Proveen también una caracterización analítica de este subespacio lineal. Los resultados se obtienen representando la iluminación usando armónicas esféricas y describiendo los efectos de materiales lambertianos como el análogo de una convolución. Estos resultados nos permiten construir algoritmos para el reconocimiento de objetos basados en métodos lineales así como algoritmos que usen optimización convexa para forzar funciones de iluminación no negativas.

Una ventaja esencial es el costo computacional aceptable para la complejidad del modelo.

Desventajas del método:

- Es necesario tener un modelo en 3D de cada persona representado en la base de datos.
- Hay que calcular albedo y normales a la superficie del objeto en 3D.
- Genera imágenes que presentan condiciones de iluminación no realizables. físicamente (luz negativa) y por tanto no es necesario representar.

2.2 Métodos de reducción no lineal de dimensionalidad

Aunque los métodos lineales evitan la inestabilidad del antiguo enfoque geométrico basado en rasgos, presentan deficiencias para manipular los sistemas no lineales. En los últimos tiempos existe un interés creciente en la manipulación de estos sistemas y surgen nuevos métodos para lidiar con la no linealidad, en este caso están los métodos de reducción no lineal de la dimensión o de aprendizaje de variedades (del inglés manifold learning) [18]. Ejemplos de estos métodos son el Mapeo de Rasgos Isométricos (Isomap) [19], Inmersión Localmente Lineal (LLE) [20], y Mapas Propios Laplacianos (Laplacian Eigenmaps) [21]. Los métodos de reducción no lineal de dimensionalidad asumen que los datos yacen en o alrededor de una variedad no lineal de baja

dimensión inmersa en el espacio de rasgos de alta dimensión. Estas descubren la variedad (del inglés manifold) de baja dimensión, y encajan los datos que yacen en esta en un espacio lineal que en condiciones ideales tendría igual dimensión que la intrínseca de la variedad, manteniendo propiedades topológicas importantes para las tareas que se quieran desarrollar (e.g. representación de datos, clasificación). En los métodos no lineales el objetivo es que en el proceso de reducción de la dimensión se revele la estructura geométrica intrínseca de los datos oculta en el espacio de mayor dimensión.

Intuitivamente una variedad es un espacio topológico que se comporta localmente como un espacio euclidiano. La dimensión de la variedad es el menor número (entero) de coordenadas necesarias para identificar cada punto en esa variedad. Al encajar los datos en un subespacio lineal de menor dimensión podemos aplicar operaciones lineales sencillas y poco costosas computacionalmente. Además del uso de aprendizaje de variedades para la representación de datos, algunos investigadores han explorado la posibilidad de usar las estructuras de variedades para aprendizaje supervisado y no supervisado. Las técnicas de aprendizaje de variedades encuentran una representación en una menor dimensión que preserva algunas características geométricas locales de las observaciones de alta dimensión. Esto requiere identificar los puntos que yacen en una vecindad local alrededor de cada elemento de alta dimensión a lo largo de la variedad. Para preservar las distancias de los puntos en la variedad en el espacio de menor dimensión es necesario preservar la distancia geodésica entre los puntos y no la euclidiana.

Descubrir la dimensionalidad intrínseca de la variedad de los rostros es importante para caracterizar distribuciones de rostros significativas y clasificarlos usando un clasificador simple. La mayoría de los sistemas que usan métodos lineales están amarrados a ignorar las sutilezas de las variedades tales como concavidad y protuberancias, y esto interfiere en la precisión del reconocimiento. A partir de esto asumimos que un algoritmo de reconocimiento de rostros debe basarse en la variedad de los rostros y las grandes variaciones en la iluminación deben ser vistas como variables intrínsecas que generan las variedades no lineales en el espacio de observación. Se ha demostrado empíricamente que las imágenes de un rostro forman una variedad altamente no lineal en el espacio de observación [1]. La siguiente figura demuestra la no linealidad y no convexidad de las variedades de 3 rostros en un subespacio generado por los 3 componentes principales de un subespacio PCA. Cada color corresponde a 1 individuo de 3. Hay 64 rostros frontales para cada individuo. Se ejecuta cierto tipo de transformación en una imagen de rostro original con 11 parámetros que varían gradualmente produciendo 11 imágenes diferentes. Las curvas en la figura son la secuencia que forman estas imágenes en el espacio PCA. Hay 64 curvas para cada individuo. El subespacio 3D está proyectado en 3 planos 2D, donde se puede observar la no linealidad de las trayectorias.

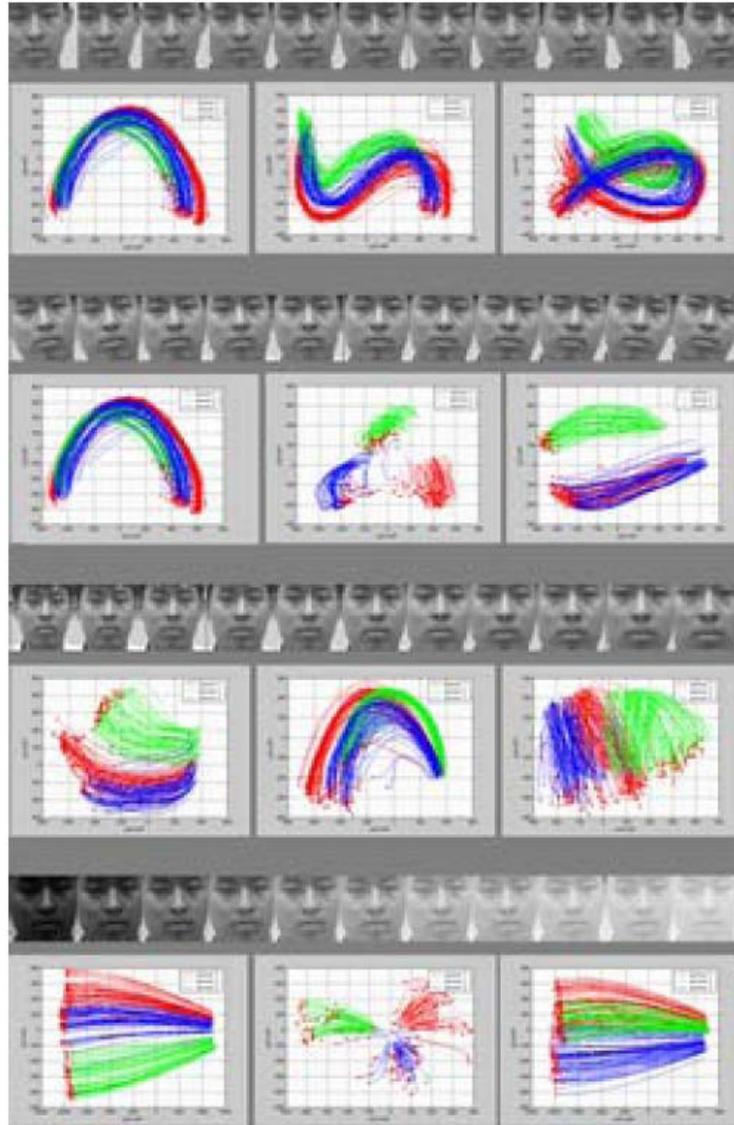


Fig. 3. No linealidad y no convexidad de las variedades de un rostro bajo (de arriba a abajo): traslación, rotación, escalamiento y transformaciones Gamma (cambios de iluminación) [1]

Para capturar fielmente la estructura de la variedad del rostro de una persona, es necesario un gran número de imágenes, lo cual es una limitante en la práctica porque usualmente no contamos con este número de imágenes (Ver fig 4).

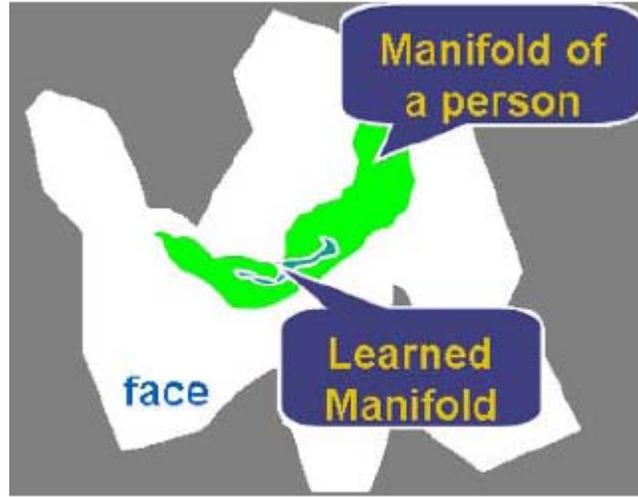


Fig. 4. En azul se presenta la variedad aprendida a partir de pocas imágenes del rostro de una persona, en verde se muestra la variedad real de esa persona si se tuvieran todas las imágenes de la misma [1]

2.2.1 Inmersión localmente lineal

Este es un método de reducción no lineal de la dimensión donde lo que se conserva en la inmersión son las relaciones lineales locales del conjunto de datos.

El primer paso del algoritmo es calcular para cada punto:

(1) k vecinos más cercanos., o ε - *vecindad* , es decir cogemos los x_j que cumplan

$$\|x_i - x_j\|^2 < \varepsilon . \quad (19)$$

(2) Sea W_{ij} tal que $\sum W_{ij}x_{ij}$ iguala la proyección ortogonal de x_i en el espacio lineal afín generado por los x_{ij} , es decir W_{ij} se escoge minimizando:

$$\sum_{i=1}^L \left\| x_i - \sum_{j=1}^n W_{ij} x_{ij} \right\|^2 , \quad (20)$$

bajo la restricción de que $\sum_j W_{ij} = 1$ para cada i .

Los W_{ij} serán 0 para el caso donde los X_j que no sean vecinos de X_i .

(3) Calcular los valores y vectores propios del problema:

$$Ev = \lambda v, \quad (21)$$

donde $E = (I - W)^t(I - W)$.

Luego calcular las proyecciones de los x_i en los vectores propios asociados a los k menores valores propios. En esencia, se calcula un mapeo lineal local que consiste en traslaciones, rotaciones y reescalamiento.

En [22] se hace una modificación del algoritmo para construir un clasificador al que nombran igual a los autores del método LLE original, clasificador Roweis-Saul. Prueban empíricamente que los índices de reconocimiento superan los índices de los métodos de referencia PCA y LDA, así como el Laplacianfaces para la base de datos YALE.

El método asume que un punto y sus vecinos yacen cerca de un parche localmente lineal. Entre las desventajas podemos mencionar: la dificultad de selección del parámetro k o ϵ , la ejecución del algoritmo es por lotes y no incremental, luego no está claro como hallar las proyecciones para nuevos datos y el algoritmo es sensitivo a los outliers y a los grupos (clusters). Algunos autores han propuesto vías para hallar las proyecciones de nuevos datos [23], mostrando que las perturbaciones en la inmersión fueron pequeñas en comparación con su posición si los datos hubieran estado en el conjunto de entrenamiento.

2.2.2 Mapas propios laplacianos

Este es un algoritmo de reducción de la dimensión no lineal que se basa en la teoría espectral de grafos. La idea del algoritmo es construir un grafo de vecindades, y a partir de este grafo obtener información que permite hallar la inmersión de los datos en un subespacio de menor dimensión que preserva características locales que presenta el conjunto de datos en el espacio inicial.

Paso 1, construir el grafo:

Sea $G = (V, E)$ el grafo donde V es el conjunto de nodos representando los datos del conjunto inicial, y E el conjunto de aristas; dos vértices tienen aristas en E si se cumple alguno de los siguientes criterios:

(a) k vecinos más cercanos, (del inglés k nearest neighbours), i tiene arista con j si: i es uno de los k vecinos más cercanos de j o j es uno de los k vecinos más cercanos de i .

(b) ϵ -vecindad, i tiene arista con j si $\|x_i - x_j\|^2 < \epsilon$.

Paso 2, encontrar los pesos:

A partir del grafo G se construye una matriz W donde en la posición i, j el valor se calcula:

(a) Heat kernel: si los vértices j e i están conectados hacemos:

$$W_{i,j} = e^{-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{t}}. \quad (22)$$

(b) simple: si los vértices j e i están conectados, entonces $W_{i,j} = 1$.

Paso 3, eigenmaps:

Asumiendo que el grafo es conexo, calcular valores y vectores propios del problema generalizado de vectores propios:

$$Ly = \lambda Dy \quad (23)$$

Sean f_0, \dots, f_{k-1} , las soluciones de la ecuación ordenados de acuerdo a sus valores propios:

$$Lf_0 = \lambda_0 Df_0$$

$$Lf_1 = \lambda_1 Df_1$$

...

$$Lf_{k-1} = \lambda_{k-1} Df_{k-1}$$

Dejamos fuera el vector propio asociado a valor propio 0 y usamos los próximos m vectores propios para hacer la inmersión en un espacio euclidiano m -dimensional.

Asume: distribución de probabilidad uniforme para todos los puntos en la variedad.

Desventajas: la dificultad de selección del parámetro k o ε , la ejecución del algoritmo es por lotes y no incremental, luego no está claro como hallar las proyecciones para nuevos datos (new data, new samples, o new test points en ingles) .Es necesario seleccionar los valores apropiados para e y t , el método no puede encontrar la dimensión intrínseca de la variedad.

2.2.3 ISOMAP

Este método trata de encontrar un espacio de rasgos euclidiano de un conjunto de observaciones que preserve lo mejor posible su estructura métrica intrínseca. Inicialmente el algoritmo fue pensado para permitir el cálculo de transformaciones perceptuales [24] como interpolación, extrapolación que serian transformaciones altamente no lineales en el espacio de observaciones, y que se pueden lograr con operaciones simples en el espacio de rasgos euclidiano.

Se trata de hallar una nueva representación en una menor dimensión para los elementos del conjunto de datos donde se preserven lo mejor posible las distancias geodésicas entre los puntos en el espacio original. A grandes rasgos esto se hace a partir de un grafo de vecindades calculado a partir de los datos, se halla el camino más corto (equivalente a la distancia geodésica) entre cada uno de los vértices del grafo, y luego se aplica MDS a partir de la información que brindan esas distancias.

En el trabajo se muestra como un el sistema puede mapear un conjunto de observaciones, aprendiendo primero la estructura topológica de la variedad, y creando un mapa métrico de los datos que respeta esta topología. Se muestran ejemplos donde el algoritmo es capaz de descubrir la dimensión intrínseca de los datos. Los pasos del algoritmo son:

(1) construir el grafo de vecindades: Sea $G = (V, E)$ el grafo donde V es el conjunto de nodos representando los datos del conjunto inicial, y E el conjunto de aristas; dos vértices tienen aristas en E si se cumple alguno de los siguientes criterios:

(a) k vecinos más cercanos, (del inglés k nearest neighbours), i tiene arista con j si: i es uno de los k vecinos más cercanos de j , luego se le asignan como peso a las aristas que los une la distancia euclidiana $d_x(i, j)$ entre esos dos puntos.

(b) ε - vecindad, i tiene arista con j si $\|x_i - x_j\|^2 < \varepsilon$.

(2) calcular los caminos más cortos entre todos los puntos: inicializar las distancias entre los puntos, si están enlazados $d_g(i, j) = d_x(i, j)$, en otro caso $d_g(i, j) = \infty$, luego $\forall k, k = 1, 2, \dots, N$, reemplazar todos los $d_g(i, j)$ por $\min(d_g(i, j), d_g(i, k) + d_g(k, j))$, la matriz D constituida por todos los valores de $d_g(i, j)$, contiene los caminos más cortos entre todos los pares de puntos en G , para esto se pueden utilizar los algoritmos de Dijkstra y Floyd.

(3) Construir la inmersión d -dimensional: Sea λ_p el p -ésimo valor propio tomando el orden decreciente de la matriz $\tau(D_g)$, y v_p^i el i -ésimo componente del p -ésimo vector. Luego asignamos al p -ésimo componente del vector de coordenadas d -dimensionales y_i , el valor $\sqrt{\lambda_p} v_p^i$.

En [19], dada una secuencia de vectores de dimensión 4096, representando los valores de intensidad de imágenes de 64×64 píxeles de un rostro con diferentes condiciones de iluminación y pose (fig 5), cuando se aplica a 698 representaciones vectoriales, el ISOMAP ($K=6$) aprende la inmersión de 3 dimensiones de la estructura geométrica intrínseca de los datos. Se muestra que uno de los ejes de coordenadas de la inmersión tiene una alta correlación con el grado de libertad implícito en los datos originales correspondiente a los cambios de iluminación ($R = 0.92$), mientras que los otros dos tienen alta correlación con los cambios de pose en el eje X y en el eje Y respectivamente. De esto se desprende que con su representación de baja dimensión capturaron los grados de libertad intrínsecos del conjunto de datos. Mostraron que los algoritmos lineales como el PCA, en este caso fallan al encontrar la estructura intrínseca de los datos cuando estos no son lineales.

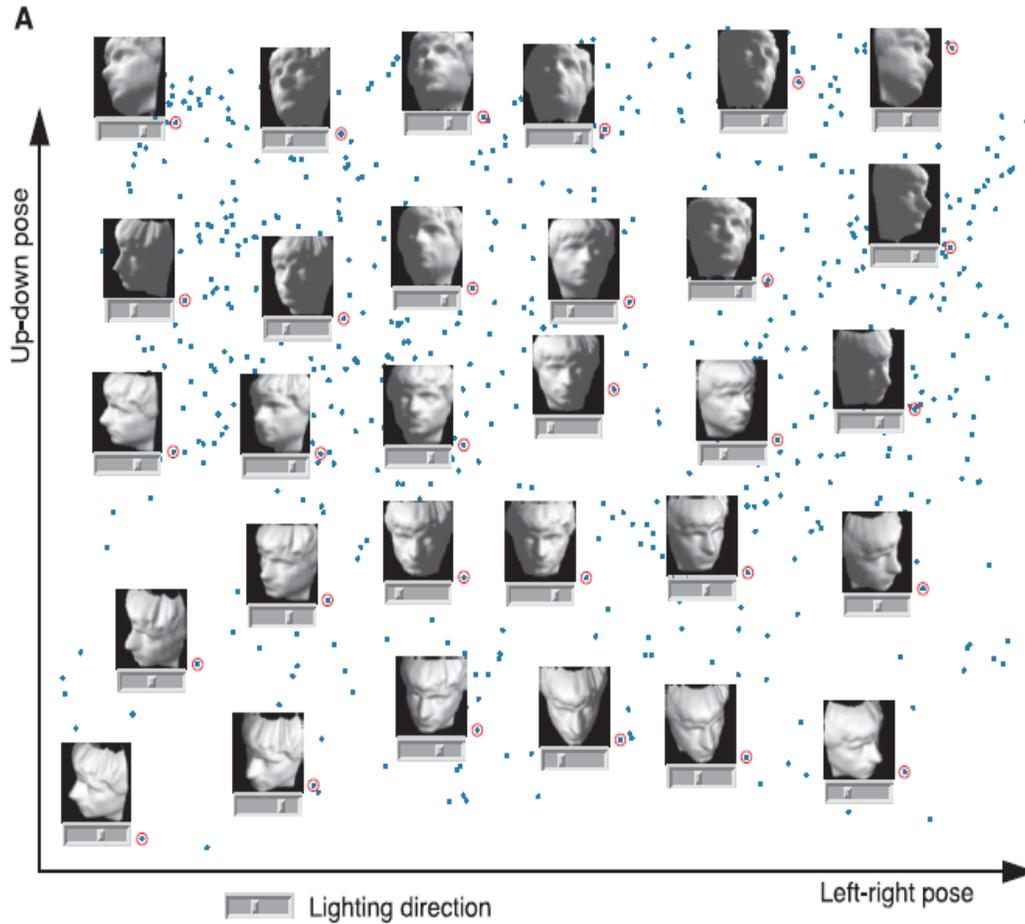


Fig. 5. La figura muestra la representación de ISOMAP en 2 dimensiones del mapa encontrado, la posición de cada imagen con respecto a los cambios de iluminación está dada por el cuadrado deslizante que se encuentra en el rectángulo debajo de cada imagen [24]

En [25] se hace una extensión al método ISOMAP usando el discriminante lineal de fisher y se prueba el desempeño del nuevo método para lidiar con problemas de iluminación y expresión simultáneamente. En sus resultados experimentales usando la base de datos YALE, demuestra que el algoritmo tiene menor índice de error que el método ISOMAP clásico, el LLE y el Eigenfaces, y que es superado en desempeño solamente por el método Fisherfaces.

El método presenta grandes ventajas como son eficiencia computacional, optimalidad global y convergencia asintótica [26]. El método asume que la distancia geodésica entre los puntos en el espacio de observación es una medida bastante precisa de la distancia en la variedad y deben integrarse las distancias locales a través de los caminos en la variedad para obtener distancias globales. Tiene como desventajas: la dificultad de selección del parámetro k o ϵ y la ejecución del algoritmo es por lotes y no incremental, luego no está claro como hallar las proyecciones para nuevos datos.

3 Conclusiones

En este trabajo se describen los principales enfoques de representación de imágenes de rostros insensitiva a la iluminación en espacios y variedades de rasgos. Es imposible abarcar detalladamente todos los métodos reportados en la literatura por esto se intenta explicar cada enfoque a través de algunos métodos de ejemplo. En el contexto de clasificación de imágenes a partir del vector de intensidad de píxeles, los métodos de reducción de dimensionalidad tienen grandes ventajas en relación a la representación compacta de los datos, pero en su mayoría no usan una modelación robusta de la iluminación como lo hacen los métodos generativos. Los métodos no lineales son una variante prometedora por la naturaleza no lineal de la variedad de las imágenes de rostros, pero las técnicas actuales no están lo suficientemente avanzadas como para demostrar la relación entre las variaciones de la iluminación y la geometría de los datos en el espacio. Algunas consideraciones son:

1. La mayoría de los métodos funcionan bien en imágenes de baja resolución, lo que los hace factibles para aplicaciones donde las imágenes a utilizar tienen estas características.
2. Los métodos de reducción de dimensionalidad son útiles para aplicaciones en tiempo real, ya que al lograr la representación compacta de la información, los algoritmos de clasificación tienen menor costo computacional y por tanto una mayor eficiencia, pero para clasificación es necesario usar aquellos métodos que permiten proyectar un nuevo objeto sin tener que repetir todo el proceso añadiéndolo al conjunto de entrenamiento. Por otra parte, los modelos generativos hacen un análisis más riguroso de la iluminación conllevando a una mayor eficacia en los algoritmos de reconocimiento al costo de una pérdida en la eficiencia. Esto los hace inadecuados para aplicaciones de reconocimiento de rostros en tiempo real.
3. Muchos de los métodos de reducción de dimensionalidad no hacen una modelación del fenómeno de la iluminación, luego en esos casos el funcionamiento robusto ante problemas de iluminación es un problema abierto. Un posible trabajo futuro sería usar estos métodos ligados a un modelado de la iluminación, aunque se continúe asumiendo el modelo lambertiano por su simplicidad y facilidad de uso.
4. Los métodos generativos demuestran que es posible generar todas las imágenes de un rostro bajo diferentes condiciones de iluminación, a partir de una modelación previa de la iluminación. El problema fundamental que presentan estos algoritmos es el alto costo computacional.
5. Una desventaja general de los métodos actuales de aprendizaje de variedades es que la eficacia de los mismos depende fuertemente de la selección de los parámetros de vecindad. Otro problema es que se necesita una gran cantidad de elementos en la muestra para aprender fielmente la variedad de los rostros, lo cual es difícil de garantizar en la práctica.
6. Una ventaja real de trabajar con una representación vectorial es que estamos llevando nuestro problema a subespacios donde se pueden aplicar técnicas estadísticas muy conocidas, pero al tratar con los problemas de iluminación las técnicas tradicionales fallan debido a que no estamos teniendo en cuenta el dominio específico de nuestro problema. La selección de la técnica a utilizar debe estar condicionada por un análisis previo del

significado de las operaciones sobre la representación vectorial en el contexto de la iluminación.

Referencias bibliográficas

1. Stan Z. L. and A. K. Jain. Handbook of Face Recognition. Springer-Verlag, 2005.
2. Zhao W. et al. Face Recognition: A Literature Survey, ACM Computing Surveys, 2003, pp. 399-458
3. Zhao, W. and R. Chellappa Image-based Face Recognition, Issues and Methods. *Image Recognition and Classification*, Ed. B. Javidi, MerceL Dekker, pp. 375-402, 2002.
4. Zhao, W. and R. Chellappa. Face Processing: Advanced Modeling and Methods, Elsevier, 2005.
5. Adini, Y., Y. Moses and S. Ullman: "Face Recognition: The Problem of Compensating for Changes in Illumination Direction", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, volume 19, Issue 7, 1997.
6. Maaten, L. J. van der, P., E. O. Postma, and H. J. van den Herik. Dimensionality Reduction: A comparative review. Technical report, MICC, Maastricht University, 2008.
7. Lu, X. "Image analysis for face recognition: a brief survey," 2003. Personal Notes.
8. Zhang, J., S. Z. Li and J. Wang. Manifold Learning and Applications in Recognition. in Intelligent Multimedia Processing with Soft Computing. Yap Peng Tan, Kim Hui Yap, Lipo Wang (Ed.), Springer-Verlag, Heidelberg, 2004.
9. Turk, M. and A. Pentland. "Eigenfaces for Recognition". *Journal of Cognitive Neuroscience*. Vol 3, No. 1. 71-86, 1991.
10. Belhumeur, P. N., J. P. Hespanha, and D. J. Kriegman, "Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 19, pp. 711–720, May 1997.
11. Martínez, A. M. and A. C. Kak. PCA versus LDA, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* Vol. 23, No.2, pp.228-233, 2001
12. He, X. and P. Niyogi, "Locality Preserving Projections", *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vancouver, Canada, 2003.
13. Belhumeur, P. N. and D. J. Kriegman, "What is the set of images of an object under all possible illumination conditions?" *International Journal of Computer Vision*, vol. 28, pp. 245–260, 1998.
14. Basri, R and D. Jacobs. Lambertian Reflectance and Linear Subspaces . Technical Report MCS00-21, Mathematics & Computer Science, Weizmann Institute Of Science, 2000.
15. Shashua, A. Geometry and Photometry in 3D Visual Recognition. PhD thesis, MIT, 1992.
16. He, X. et al. "Face recognition using Laplacian faces," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 27, no. 3, pp. 328–340, 2005.
17. Arandjelovic, O. and R. Cipolla. "A Pose-Wise Linear Illumination Manifold Model for Face Recognition using Video". *CVIU(113)*, No. 1, pp. 113-125, January 2009.
18. Huo, X. M., X. L. Ni and A. K. Smith. A Survey of Manifold-based Learning Methods. In *Mining of Enterprise Data*, Eds. T. W. Liao and E. Triantaphyllou. *World Scientific*, 2007.
19. Tenenbaum, J. B., Vin de Silva, and Johh C. Langford, "A Global Geometric Framework for Nonlinear Dimensionality Reduction", *Science*, vol 290, 22 December 2000.
20. Roweis, S. T. and L. K. Saul, "Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding", *Science*, vol 290, 22 December 2000.

21. Belkin, M. and P. Niyogi, "Laplacian Eigenmaps and Spectral Techniques for Embedding and Clustering", Advances in Neural Information Processing System 15, Vancouver, British Columbia, Canada, 2001.
22. Rajamannar, P. and G. V. Ramanan, "Roweis-Saul classifier for Machine learning", Proceedings of the 9th Intl Symp on AI&Maths, Florida, USA, 2006.
23. Bengio, Y., J-F. Paiement, and P. Vincent. Out-of-Sample Extensions for LLE, Isomap, MDS, Eigenmaps, and Spectral Clustering. *NIPS 16*, 2003.
24. Tenenbaum, J. Mapping a manifold of perceptual observations, NIPS-10, MIT Press, 1998.
25. Yang, M-H. Extended Isomap for Pattern Classification. Proceedings of the Eighteenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI 2002), pp. 224-229, 2002.
26. Bernstien, M. et al. Graph approximations to geodesics on embedded manifolds. Technical Report, Department of Psychology, Stanford University, 2000.

RT_020, marzo 2010

Aprobado por el Consejo Científico CENATAV

Derechos Reservados © CENATAV 2010

Editor: Lic. Lucía González Bayona

Diseño de Portada: DCG Matilde Galindo Sánchez

RNPS No. 2142

ISSN 2072-6287

Indicaciones para los Autores:

Seguir la plantilla que aparece en www.cenatav.co.cu

C E N A T A V

7ma. No. 21812 e/218 y 222, Rpto. Siboney, Playa;

Ciudad de La Habana. Cuba. C.P. 12200

Impreso en Cuba

